Томский государственный университет
Высшая школа бизнеса

В. И. Алимов

БАНКОВСКИЕ ИНВЕСТИЦИИ В ПРОИЗВОДСТВЕННУЮ ПРОГРАММУ ПРОМЫШЛЕННОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

Научная статья

Интернет-Издательство ВШБ ТГУ
Томск 2010

Вопросы исследования методологии инвестирования, разработанные в работах ведущих отечественных ученых, в целом, удовлетворяют практике сегодняшнего дня.

К общим недостаткам предлагаемых подходов можно отнести:

– преимущественную ориентацию разработчиков на финансовую составляющую методологии инвестирования;

– ограниченный уровень детализации производственной составляющей методологии инвестирования;

– несогласованное использование производственных и инвестиционных показателей при формировании критериев оценки качества реализации инвестиций.

Целью работы является разработка и оценка практического применения методологии банковского инвестирования в производственную программу промышленного предприятия, свободной от указанных недостатков.

Основной критерий оценки качества реализации инвестиций – комплексный показатель инвестиционной и производственной эффективности реализации банковских инвестиций.

Математическая модель банковского инвестирования

Инвестиционная функция.

Выразим зависимость результатов реализации инвестиций от затрат ресурсов с помощью инвестиционной функции, в качестве аргументов которой рассматривается производительные ресурсы R_1, ..., R_n, а значениями являются производственные результаты в виде объемов различных видов продукции: X_1, ..., X_m .

В качестве ресурсов (факторов производства) для целей работы рассматриваются следующие обобщенные факторы: производственные ресурсы, P; инвестиционные ресурсы, I.

Таким образом, банковское инвестирование в производственную программу предприятия математически представляется моделью следующего вида:

$$X = F(P,I) \tag{1}$$

где X – выпуск продукции – есть функция затрат производительных ресурсов, P – производственных и I – инвестиционных.

Инвестиционная функция (1) является дифференцируемой и удовлетворяет следующим условиям, отвечающим естественной экономической интерпретации:

$$1)\ F(0,I) = F(P,0) = 0 \tag{2}$$

т. е. при отсутствии затрат одного из ресурсов производство продукции невозможно;

$$2)\ \partial F/\partial P > 0, \qquad \partial F / \partial I > 0 \tag{3}$$

т. е. с ростом затрат ресурсов выпуск продукции растет;

$$3)\ \partial^2 F/\partial P^2 < 0, \quad \partial^2 F / \partial I^2 < 0 \tag{4}$$

т. е. с увеличением скорости роста затрат ресурсов скорость роста выпуска продукции замедляется;

$$4)\ F(+\infty, I) = F(P, +\infty) = +\infty \qquad (5)$$

т. е. при неограниченном увеличении затрат одного из ресурсов, выпуск продукции неограниченно растет.

1.2. Реализационные представления инвестиционной функции

Определим инвестиционную функцию следующим выражением:

$$X = A * P^{a1} * I^{a2} \text{ (мультипликативная функция)} \qquad (6)$$

или

$$\ln X = \ln A + a_1 * \ln P + a_2 * \ln I \text{ (логарифмическое представление),}$$

где $A > 0$ – коэффициент нейтральных инвестиций, т. е. инвестиций, фиксирующих текущие затраты производительных ресурсов;
$a_1 > 0$, $a_2 > 0$ – коэффициенты эластичности по производственным и инвестиционным факторам.

Мультипликативная инвестиционная функция (6) определяется по временному ряду выпусков продукции и затрат ресурсов:
(X_i, P_i, I_i), $i=1,...,N$, где N – длина временного ряда, при этом предполагается, что имеет место N соотношений:

$$X_i = \delta_i * A * P_i a_1 * I_i a_2, \ i = 1, ..., N, \qquad (7)$$

где δ_i – корректирующий коэффициент соответствия фактического и расчетного выпуска продукции. Он отражает стохастическую флуктуацию результата под воздействием других производительных факторов,

$$\boldsymbol{M}(\delta_i) = 1, \qquad i = 1, ..., N, \qquad (8)$$

где $\boldsymbol{M}()$ – математическое ожидание случайной величины.

Поскольку логарифмическое представление инвестиционной функции (6) линейно, то:

$$\ln X_i = \ln A + a_1 * \ln P_i + a_2 * \ln I_i + \varepsilon_i, \ \varepsilon_i = \ln \delta_i, \ \boldsymbol{M}\varepsilon_i = 0 \qquad (9)$$

– модель представляется в форме линейной множественной регрессии.

Параметры A, a_1, a_2 модели (9) и, соответственно, (6) могут быть определены по методу наименьших квадратов.

Инвестиционная функция (6) удовлетворяет перечисленным выше свойствам (2)-(5). При этом:

$$\partial X / \partial P = a_1 * A * P^{(a1-1)} * I^{a2} = a_1 * X / P > 0, \qquad (10)$$
$$\partial X / \partial I = a_2 * A * P^{a1} * I^{(a2-1)} = a_2 * X / I > 0$$

1.3. Эффективность использования производительных ресурсов

Частные производные выпуска инвестируемой продукции по ресурсам P, I называются предельными инвестируемыми продуктами или предельными (маржинальными) эффективностями факторов P, I и представляют собой прирост выпуска продукции от малого изменения прироста фактора:
$\partial X/\partial P$ – предельный продукт от изменения производственных факторов, – предельная производственная отдача (предельная эффективность производства);

$\partial X/\partial I$ – предельный продукт от изменения инвестиционных факторов, – предельная отдача реализованных инвестиций (предельная инвестиционная эффективность).

Для мультипликативной функции (6) следует, что предельная эффективность производства пропорциональна средней эффективности производства – X/P с коэффициентом a_1, а предельная инвестиционная эффективность – средней инвестиционной эффективности – X/I с коэффициентом a_2:

$$\partial X / \partial P = a_1 * X / P, \quad \partial X / \partial I = a_2 * X / I \qquad (11)$$

При $a_1 < 1$, $a_2 < 1$ предельные отдачи факторов меньше средних; при этих же условиях мультипликативная инвестиционная функция (6) обладает свойством (3), которое соответствует реальной экономике: с ростом темпа изменения затрат ресурса его предельная отдача падает, т.е.

$$\partial^2 X / \partial P^2 = a_1 * (a_1 - 1) * X / P^2 < 0, \text{ так как } a_1 < 1$$

$$\partial^2 X / \partial I^2 = a_2 * (a_2 - 1) * X / I^2 < 0, \text{ так как } a_2 < 1$$

Мультипликативная инвестиционная функция (6) является однородной функцией степени ($a_1 + a_2$), поскольку:

$$X = A * (C * P)^{a1} * (C * I)^{a2} = C^{(a1 + a2)} * A * P^{a1} * I^{a2} \qquad (12)$$

Если $a_1 + a_2 = k$, то мультипликативная инвестиционная функция (6) является однородной функцией степени k, поскольку:

$$X = A * (C * P)^{a1} * (C * I)^{a2} = C^k * A * P^{a1} * I^{a2}$$

и для нее выполняется теорема Эйлера:

$$k * X = (\partial X / \partial P) * P + (\partial X / \partial I) * I \qquad (13)$$

Выражение (13) является дифференциальным представлением мультипликативной инвестиционной функции (6).

2. Экономическая интерпретация параметров модели инвестирования

Экономическая интерпретация параметров A, a_1, a_2 мультипликативной инвестиционной функции (6) следующая:

– параметр A обычно интерпретируется как параметр нейтральных инвестиций: при тех же a_1, a_2 выпуск продукции в ресурсной точке (P, I) тем больше, чем больше параметр A. Для интерпретации параметров a_1, a_2 используется понятие эластичности, как логарифмической производной факторов P, I:

$$a_P = \partial \ln X / \partial \ln P = \lim_{\Delta P \to 0} (\Delta X / X) / (\Delta P / P) \qquad (14)$$

$$a_I = \partial \ln X / \partial \ln I = \lim_{\Delta I \to 0} (\Delta X / X) / (\Delta I / I)$$

Поскольку $\ln X = \ln A + a_1 * \ln P + a_2 * \ln I$, то $a_P = \partial \ln X / \partial \ln P = a_1$ – эластичность выпуска продукции по производственным факторам,

$a_I = \partial \ln X / \partial \ln I = a_2$ – эластичность выпуска продукции по инвестиционным факторам.

Если $a_1 > a_2$ имеет место инвестиционно-сберегающий (производственно-интенсивный) рост выпуска продукции, в противном случае – инвестиционно-затратный (производственно-фиксированный) рост выпуска продукции.

Рассмотрим темп роста выпуска продукции:

$$X_i\!+\!1 \,/\, X_i = (P_i\!+\!1 \,/\, P_i)^{a1} * (I_i\!+\!1 \,/\, I_i)^{a2}, \quad i = 1, ..., N. \qquad (15)$$

Если возвести обе части выражения (15) в степень $1/(a_1 + a_2)$, получим соотношение:

$$(X_i\!+\!1 \,/\, X_i)^{1/(a1 + a2)} = (P_i + 1 \,/\, P_i)^{a} * (I_i + 1 \,/\, I_i)^{(1-a)},$$

правая часть которого – взвешенное среднее геометрическое темпов роста затрат ресурсов, при этом в качестве весов выступают относительные эластичности факторов:

$$a = \frac{a_1}{a_1 + a_2} \qquad\qquad 1 - a = \frac{a_2}{a_1 + a_2}$$

При $a_1 + a_2 > 1$ выпуск продукции растет быстрее, чем в среднем растут факторы, а при $a_1 + a_2 < 1$ – медленнее.

В самом деле, если факторы растут ($P_i + 1 > P_i$, $I_i + 1 > I_i$) то согласно (15) растет и выпуск продукции ($X_i + 1 > X_i$), следовательно, при $a_1 + a_2 > 1$

$$(X_i + 1 \,/\, X_i) > (X_i + 1 \,/\, X_i)^{1/(a1 + a2)} = (P_i + 1 \,/\, P_i)^{a} * (I_i + 1 \,/\, I_i)^{(1-a)},$$

т.е. действительно, темп роста выпуска продукции больше среднего темпа роста факторов P, I. Таким образом, при $a_1 + a_2 > 1$ инвестиционная функция (6) отражает развитие производственной деятельности.

3. Взаимозаменяемость производительных ресурсов

Линией уровня на плоскости P, I, или изоквантой, называется множество тех точек плоскости, для которых $F(P, I) = X_0 = \text{const}$. Для мультипликативной инвестиционной функции (6) изокванта имеет вид:

$$X_0 = A * P^{a1} * I^{a2} = \text{const} \quad \text{или} \quad P^{a1} = X_0 \,/\, (A * I^{a2})$$

т.е. является степенной гиперболой, асимптотами которой служат оси координат P, I.

Для разных P, I, соответствующих данной изокванте, выпуск продукции равен одному и тому же значению X_0, что эквивалентно утверждению о взаимозаменяемости ресурсов.

Поскольку на изокванте $F(P, I) = X_0 = \text{const}$, то дифференциал инвестиционной функции на данной изокванте:

$$\mathrm{d}F = (\partial X/\partial P)^* \mathrm{d}P + (\partial X/\,\partial I)^* \,\mathrm{d}I = 0 \qquad (16\,)$$

В соотношении (16) $\partial X/\partial P = \,>\, 0$, $(\partial X/\,\partial I = \,>0$, поэтому $\mathrm{d}P$ и $\mathrm{d}I$ имеют разные знаки: если $\mathrm{d}I < 0$, что означает сокращение объема инвестиций, то $\mathrm{d}P > 0$, т. е. выбывшие в объеме $|\mathrm{d}I|$ инвестиции замещаются производственными факторами в объеме $\mathrm{d}P$.

Предельной нормой SP замещения инвестиционных факторов производственными факторами является отношение модулей дифференциалов:

$$SP = |\mathrm{d}P| \,/\, |\mathrm{d}I| = (\partial X/\,\partial I) \,/\, (\partial X \,/\, \partial P)$$

соответственно,

$$SI = |\mathrm{d}I| \,/\, |\mathrm{d}P| = (\partial X \,/\, \partial P) \,/\, (\partial X \,/\, \partial I),$$

при этом

$$SP = (a_2 \,/\, a_1) * (P \,/\, I), \quad SI = (a_1 / \,a_2) * (I \,/\, P),$$
$$SP * SI = 1.$$

4. Оценка роста объема выпуска продукции

Изоклиналями называются линии наибольшего роста инвестиционной функции. Изоклинали ортогональны линиям нулевого роста, т.е. изоквантам. Поскольку направление наибольшего роста инвестиционной функции в каждой точке (P, I) задается градиентом grad F ($\partial F/\partial P$; $\partial F/\partial I$) , то уравнение изоклинали записывается в форме:

$$\mathrm{d}P/(\partial F/\partial P) = \mathrm{d}I/ (\partial F/\partial I) \qquad (17)$$

В частности, для мультипликативной инвестиционной функции (6) изоклиналь задается дифференциальным уравнением:

$$(1 / a_1)*P*\mathrm{d}P = (1 / a_2)*I*\mathrm{d}I,$$

которое имеет решение:

$$P = ((a_1/ a_2)*I^2 + a)^{1/2} ,$$
$$a = P_0^2 - (a_1/ a_2)* I_0^2$$

где (P_0; I_0) – координаты точки, через которую проходит изоклиналь. Наиболее простая изоклиналь, при $a = 0$, представляет собой прямую линию:

$$P = I* (a_1/ a_2)^{1/2}$$

5. Оценка эффективности выпуска продукции

В относительных показателях мультипликативная инвестиционная функция (6) представляется следующим образом:

$$(X_i / X_0) = (P/P_0)^{a1}*(I /I_0)^{a2} \qquad (18)$$

где X_0, P_0, I_0 – значения выпуска продукции и затрат факторов производства в базовом периоде. Используя представление инвестиционной функции (6) в относительных показателях (безразмерная форма инвестиционной функции), получаем:

$$X = (X_0/(P_0^{a1} * I_0^{a2}))* P^{a1}* I^{a2}.$$

Таким образом, коэффициент $A = X_0/(P_0^{a1}* I_0^{a2})$ получает естественную интерпретацию, как коэффициент соизмерения производительных ресурсов с выпуском продукции.

Если обозначить выпуск продукции и производительные ресурсы в относительных (безразмерных) единицах через x, p, i, то инвестиционная функция (6) принимает вид:

$$x = p^{a1}* i^{a2}. \qquad (19)$$

Определим эффективность выпуска продукции, как отношение конечного результата к затратам производительных факторов. В рассматриваемом представлении инвестиционной функции выделены два обобщенных вида затрат: производственные затраты p и инвестиционные затраты i.

Поэтому формируются два частных показателя эффективности:
x/p – производственная эффективность выпуска продукции;
x/i – инвестиционная эффективность выпуска продукции.

Поскольку частные показатели эффективности имеют одинаковую размерность (точнее, одинаково безразмерны), то можно определить любые их средние значения.

Для мультипликативной формы инвестиционной функции средние значения естественно определять, как среднее геометрическое. Обобщенный показатель эффективности выпуска продукции есть взвешенное среднее геометрическое частных показателей эффективности производительных факторов:

$$Э = (x /p)^a * (x / i)^{(1-a)}, \qquad (20)$$

в котором роль весов выполняют относительные эластичности:

$$a = \frac{a_1}{a_1 + a_2} \qquad\qquad 1 - a = \frac{a_2}{a_1 + a_2}$$

т.е. частные эффективности использования производительных ресурсов согласованно формируют обобщенный показатель эффективности выпуска продукции с такими же приоритетами, с какими используются при выпуске продукции соответствующие ресурсы.

Из (20) следует, что с помощью комплексного показателя эффективности выпуска продукции "безразмерная" модель (19) выпуска продукции представляется в форме, внешне совпадающей с классической производственной функцией Кобба-Дугласа:

$$x = Э*p^{a}*i^{1-a} \qquad (21)$$

с разницей в том, что Э – не постоянный коэффициент (как в функции Кобба-Дугласа), а функция от (P, I).

Масштаб выпуска продукции M проявляется в объеме затраченных ресурсов, поэтому, по тем же соображениям, которые были приведены при расчете комплексного показателя эффективности выпуска продукции (20), средний размер использованных ресурсов (т.е. масштаб выпуска продукции):

$$M = p^{a} * i^{(1-a)}. \qquad (22)$$

Из (21) и (22) следует, что выпуск продукции x есть произведение комплексного показателя эффективности и масштаба выпуска продукции:

$$x = Э * M. \qquad (23)$$